CORRECTION DES EXERCICES DE LA FICHE « POUR BIEN PRÉPARER SA RENTRÉE EN SECONDE EN MATHÉMATIQUES »

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LE CALCUL ALGÉBRIQUE

Exercice 1 – maitriser le calcul fractionnaire et les simplifications

1) Recopier et simplifier les fractions suivantes : $\frac{12}{9}$ $\quad \frac{-7}{14}$ $\quad \frac{75}{30}$
2) Décomposer 756 et 1575 en produits de facteurs premiers puis en déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{756}{1575}$.
3) Recopier et calculer les expressions suivantes : $\frac{8}{5}+\frac{7}{5}=$ $\quad \frac{7}{20}-\frac{9}{20}=$ $\quad 7\times\frac{3}{5}=$ $\quad (-\frac{11}{3})\times(-\frac{5}{6})=$

$\frac{7}{6}+\frac{5}{12}=$ $\quad 1+\frac{4}{3}=$ $\quad \frac{7}{6}+\frac{5}{7}\times\frac{4}{5}=$ $\quad \frac{7}{4}\div\frac{5}{3}=$

Corrigé de l'exercice 1

1) $\frac{12}{9}=\frac{3\times4}{3\times3}=\frac{4}{3}$ $\qquad \frac{-7}{14}=\frac{-1\times7}{2\times7}=\frac{-1}{2}$ $\qquad \frac{75}{30}=\frac{15\times5}{15\times2}=\frac{5}{2}$

2) On a 756 = $2^2\times3^3\times7$ et 575 = $3^2\times5^2\times7$ ainsi $\frac{756}{1575}=\frac{2^2\times3^3\times7}{3^2\times5^2\times7}=\frac{2^2\times3}{5^2}=\frac{12}{25}$

3) $\frac{8}{5}+\frac{7}{5}=\frac{8+7}{5}=\frac{15}{5}=3$ $\qquad \frac{7}{20}-\frac{9}{20}=\frac{7-9}{20}=\frac{-2}{20}=\frac{-1}{10}$ $\qquad 7\times\frac{3}{5}=\frac{7\times3}{5}=\frac{21}{5}$

$\left(\frac{-11}{3}\right)\times\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{11\times5}{3\times6}=\frac{55}{18}$ $\qquad \frac{7}{6}+\frac{5}{12}=\frac{7\times2}{6\times2}+\frac{5}{12}=\frac{14+5}{12}=\frac{19}{12}$

$1+\frac{4}{3}=\frac{3}{3}+\frac{4}{3}=\frac{7}{3}$

$\frac{7}{6}+\frac{\cancel{5}}{7}\times\frac{4}{\cancel{5}}=\frac{7}{6}+\frac{4}{5}=\frac{7\times5}{6\times5}+\frac{4\times6}{5\times6}=\frac{35}{30}+\frac{24}{30}=\frac{59}{30}$ $\qquad \frac{7}{4}\div\frac{5}{3}=\frac{7}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{21}{20}$

Exercice 2 – maitriser les puissances

1) Compléter les égalités suivantes par les exposants ou les facteurs qui conviennent :
425 000 = 42,5$\times 10^{\cdots}$ $\quad$ 0, 2 548 = 2548 $\times 10^{\cdots}$ $\quad$ 4 582,5 = ...$\times 10^3$
2) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants : 7896542 ; 0,0000125
3) Ecrire sous la forme d'une puissance de 10 les nombres suivants : $10^8\times10^5$ $\quad \frac{10^9}{10^5}$ $\quad (10^6)^3$
4) Donner l'écriture décimale de $\frac{5\times10^5\times6\times10^{-9}}{3\times10^4}$
5) Simplifier les calculs suivants : $7^{18}\times7^{-3}$; $\frac{9^{-5}}{9^{-8}}$; $(2^{-4})^3$; $\frac{3^{-7}\times3^{14}}{3^3}$ $\quad \frac{11^7\times11^4\times(11^3)^2}{11^9}$

Corrigé de l'exercice 2

1) 425 000 = 42,5$\times 10^4$ $\quad$ 0, 2 548 = 2548 $\times 10^{-4}$ $\quad$ 4 582,5 = 4,5825$\times 10^3$
2) L'écriture scientifique de 7896542 est 7, 896542 $\times 10^6$
L'écriture scientifique de 0,0000125 est 1,25$\times 10^{-5}$
3) $10^8\times10^5 = 10^{13}$ $\qquad \frac{10^9}{10^5}=10^4$ $\qquad (10^6)^3 = 10^{18}$

4) $\frac{5\times10^5\times6\times10^{-9}}{3\times10^4} = \frac{30\times10^{-4}}{3\times10^4} = \frac{10\times10^{-4}}{10^4} = 10\times 10^{-8} = 0{,}000\,000\,1$

5) $7^{18}\times7^{-3} = 7^{15}$; $\frac{9^{-5}}{9^{-8}} = 9^3$; $(2^{-4})^3 = 2^{-12}$; $\frac{3^{-7}\times3^{14}}{3^3} = 3^4$

$\frac{11^7\times11^4\times(11^3)^2}{11^9} = \frac{11^{11+6}}{11^9} = 11^8$

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LE CALCUL LITTÉRAL

Exercice 1 - Maitriser la distributivité simple et la double distributivité

Développer et réduire les expressions suivantes :

A = $3(x+2)$ B = $5(4x+7)$ C = $6x(x+1)$ D = $-9(5-8x)$ E = $-3x(4-10x)$

F = $(x+4)(x+2)$ G = $(3x-5)(x+1)$ H = $(8+3x)(2x-4)$ I = $(10x-5x)(7x-6)$

Corrigé de l'exercice 1

A = $3x+6$ B = $20x+35$ C = $6x^2+6x$ D = $-45+72x$ E = $-12x+30x^2$

F = $x^2+2x+4x+8 = x^2+6x+8$

G = $3x^2+3x-5x-5 = 3x^2-2x-5$

H = $16x-32+6x^2-12x = 6x^2+4x-32$

I = $5x(7x-6) = 35x^2-30x$

Exercice 2 – Savoir développer des expressions plus difficiles

Développer et réduire les expressions suivantes :

A = $4(2x+3)+(10+4x)(x+6)$ B = $3(5x-9)-(x+7)(1-6x)$

Corrigé de l'exercice 2

A = $8x+12+10x+60+4x^2+24x = 4x^2+42x+72$

B= $15x-27-(x-6x^2+7-42x) = 15x-27-x+6x^2-7+42x = 6x^2+56x-34$

Exercice 3 - Savoir développer $(a+b)(a-b)$

Développer et réduire les expressions suivantes sans utiliser la double distributivité :

A = $(x-5)(x+5)$ B = $(7-x)(7+x)$ C = $(x+6)(x-6)$ D = $(10x+3)(10x-3)$

E = $(9x-4)(9x+4)$ F = $(8+11x)(8-11x)$ G = $(4-3x)(4+3x)$

Corrigé de l'exercice 3

A = x^2-25 B = $49-x^2$ C = x^2-36 D = $100x^2-9$

E = $81x^2-16$ F = $64-121x^2$ G = $16-9x^2$

Exercice 4 - Savoir factoriser avec la méthode du facteur commun

Factoriser les expressions suivantes en trouvant un facteur commun :

A = $10x+25$ B = $36-12x$ C = $80-100x$ D = $49x^2-14x$ E = $16x+8x^2$ F = $18x+24$

G = $(x+1)(2x+3)+(x+1)(5x+4)$ H = $(9-7x)(8x+6)+(8x+6)(4x-11)$

I = $(3x-4)^2-(3x-4)(5x+15)$ J = $(12x+13)-(12x+13)(1-x)$

Corrigé de l'exercice 4

A = $5(2x+5)$ B = $12(3-x)$ C = $20(4-5x)$ D = $7x(7x-2)$ E = $8x(2+x)$ F = $6(3x+4)$

G = $(x+1)[(2x+3)+(5x+4)] = (x+1)(7x+7)$

H = $(8x+6)[(9-7x)+(4x-11)] = (8x+6)(-3x-2)$

I = $(3x-4)[(3x-4)-(5x+15)] = (3x-4)(-2x-19)$

J = $(12x+13)[1-(1-x)] = (12x+13)x$

Exercice 5 – Savoir factoriser $a^2 - b^2$quand il n'y a pas de facteur commun

Factoriser les expressions suivantes :

A = $16 - x^2$ B = $x^2 - 25$ C = $49x^2 - 81$ D = $100 - 64x^2$ E = $4x^2 - 36$ F = $144x^2 - 9$

Corrigé de l'exercice 5

A = $(4 - x)(4 + x)$ B = $(x - 5)(x + 5)$ C = $(7x - 9)(7x + 9)$

D = $(10 - 8x)(10 + 8x)$ E = $(2x - 6)(2x + 6)$ F = $(12x - 3)(12x + 3)$

Exercice 6 – Savoir résoudre un problème et comprendre l'intérêt du calcul littéral

Anne a un certain nombre de bonbons que l'on appelle n.

Marie en a 15 de plus qu'Anne et Élise en a 3 de plus que Marie.

Dans la journée, Anne mange 5 bonbons, Marie en mange 6 et Élise en mange 7.

À la fin de la journée, elles mettent ce qui leur reste en commun et se le partagent équitablement.

1. Écrire en fonction de n le nombre de bonbons que possède Marie.
2. Écrire en fonction de n le nombre de bonbons que possède Élise.
3. Écrire en fonction de n la totalité des bonbons qu'elles auront à la fin de la journée.
4. Factoriser l'expression obtenue à la question 3 et en déduire le nombre de bonbons qu'elles auront chacune en fonction de n.

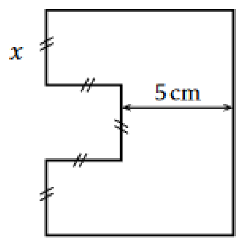
Corrigé de l'exercice 6

1. Marie possède 15 bonbons de plus qu'Anne qui en a n donc Marie en a 15 + n ;
2. Elise en a 3 de plus que Marie donc elle en a 15 + $n + 3 = 18 + n$;
3. A la fin de la journée :
   Anne aura $n - 5$ bonbons, Marie en aura 15 + $n - 6$ soit n + 9 et Elise en aura $18 + n - 7 = 11 + n$;
   Elles auront ainsi à elles trois $(n - 5) + (n + 9) + (11 + n)$ = $3n + 15$ bonbons.
4. On a : $3n + 15 = 3(n + 5)$: Comme le nombre de bonbons est partagé équitablement en 3 elles auront chacune $(n + 5)$ bonbons.

Exercice 7 – Savoir résoudre un problème et comprendre l'intérêt du calcul littéral

Dans la figure ci-contre, x est une longueur en centimètres.

1. Exprimer en fonction de x le périmètre p de cette figure.
2. Factoriser l'expression obtenue.
3. Sachant que le périmètre p vaut 45 cm, trouver x .



Corrigé de l'exercice 7

1. D'après la figure ci-contre, verticalement il y a deux côtés de longueur $3x$ puis horizontalement il y a deux côtés de longueur $(x + 5)$ et deux côtés de longueurs x donc le périmètre est donné par :
   p $= 3x \times 2 + 2(x + 5) + 2x = 6x + 2x + 10 + 2x = 10x + 10$
2. Factorisons p : p = $10x + 10 = 10(x + 1)$.
3. Comme le périmètre vaut 45 on a p = 45 c'est-à-dire $10(x + 1)$= 45 d'où $x + 1 = 45 : 10 = 4{,}5$ soit $x = 4{,}5 - 1 = 3{,}5$.

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LES ÉQUATIONS

Exercice 1 – Savoir vérifier si un nombre est solution d'une équation

1. Vérifier que 3 est solution de l'équation : $3x - 2 = 10 - x$
2. Vérifier que (-5) est solution de l'équation : $x^2 - 3 = 2 - 4x$

Corrigé de l'exercice 1

1. Si $x = 3$ on a d'une part $3x - 2 = 3 \times 3 - 2 = 7$
et d'autre part $10 - x = 10 - 3 = 7$;
donc 3 est bien solution de l'équation $3x - 2 = 10 - x$.

2. Si $x = -5$ on a d'une part $x^2 - 3 = (-5)^2 - 3 = 25 - 3 = 22$
et d'autre part $2 - 4x = 2 - 4 \times (-5) = 2 + 20 = 22$;
donc - 5 est bien solution de l'équation $x^2 - 3 = 2 - 4x$.

Exercice 2 – Savoir résoudre une équation de degré 1

Résoudre les équations suivantes :

(a) $2x - 8 = 0$ (b) $4x - 1 = 5 - 2x$ (c) $3x + 7 = 7x + 1$

(d) $5 - 8x = x + 23$ (e) $3 + 4x = 2(x - 7)$ (f) $x + 7 = 4x - 1$

Corrigé de l'exercice 2

$2x - 8 = 0$
$2x = 8$
$x = \frac{8}{2} = 4$

$4x - 1 = 5 - 2x$
$4x + 2x = 5 + 1$
$6x = 6$
$x = \frac{6}{6} = 1$

$3x + 7 = 7x + 1$
$3x - 7x = 1 - 7$
$-4x = -6$
$x = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$

$5 - 8x = x + 23$
$-8x - x = 23 - 5$
$-9x = 18$
$x = \frac{18}{-9} = -2$

$3 + 4x = 2(x - 7)$
$3 + 4x = 2x - 14$
$4x - 2x = -14 - 3$
$2x = -17$
$x = \frac{-17}{2}$

$x + 7 = 4x - 1$
$x - 4x = -1 - 7$
$-3x = -8$
$x = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$

Exercice 3 – Savoir résoudre une équation se ramenant à du degré 1

(a) $x^2 - 3x + 5 = x^2 + 4x - 14$ (b) $(x + 2)(x - 3) = x^2 + 2$

Corrigé de l'exercice 3

$x^2 - 3x + 5 = x^2 + 4x - 14$
$x^2 - 3x + 5 - x^2 = 4x - 14$
$-3x + 5 = 4x - 14$
$-3x - 4x = -14 - 5$
$-7x = -19$
$x = \frac{-19}{-7} = \frac{19}{7}$

$(x + 2)(x - 3) = x^2 + 2$
$x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 + 2$
$x^2 - x - 6 - x^2 = 2$
$-x - 6 = 2$
$-x = 2 + 6$
$-x = 8$
$x = -8$

Exercice 4 – Savoir résoudre une équation produit nul

Résoudre les équations suivantes :

(a) $(x - 5)(2x + 6) = 0$ (b) $(4 - 3x)(2x + 1) = 0$

Corrigé de l'exercice 4

Soit $(x - 5)(2x + 6) = 0$

Or un produit de facteur est nul si et seulement l'un de ses facteurs est nul d'où

$x - 5 = 0$ ou $2x + 6 = 0$
$x = 5$ $2x = -6$
$x = \frac{-6}{2}$ = -3

Soit $(4-3x)(2x+1)=0$
Or un produit de facteur est nul si et seulement l'un de ses facteurs est nul d'où
$4-3x=0$ ou $2x+1=0$
$-3x=-4$ $\quad 2x=-1$
$x=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$ $\quad x=\frac{-1}{2}$

Exercice 5 – Savoir mettre un problème en équation et le résoudre
Marion prend régulièrement le train et fait toujours le même trajet, entre Morcenx et Bordeaux. La carte + permet à Marion de prendre le train Morcenx-Bordeaux pour 21,20€ l'aller-retour. Cette carte coûte 29 €.
Soit x le nombre d'allers-retours qu'elle a faits en un an.
1. Exprimer la somme totale dépensée par Marion en un an en fonction de x.
2. Marion déclare avoir dépensé au total 983 € en un an pour ses trajets en train. En déduire x.

Corrigé de l'exercice 5

1. Marion doit acheter la carte + à 29 € puis elle paye 21,20€ pour chacun des x voyages fait dans l'année : elle va donc dépenser 29 + 21,20x € sur un an.
2. Marion a dépensé 983 € sur un an d'où 29 +21,2 x =983 ce qui donne

$$21{,}2\,x = 983 - 29$$
$$21{,}2\,x = 954$$
$$x = \frac{954}{21{,}2} = 45.$$

   Marion a fait 45 aller/retour dans l'année.

Exercice 6 – savoir résoudre tout type d'équation – retrouver la méthode à appliquer.
Résoudre les équations suivantes :

$15x + 25 = 0$ $\quad -2x - 6 = 18$ $\quad 7x = -20 + 4x$ $\quad 5x - 7 = 12x - 30$

$\frac{3}{7}x + 9 = 0$ $\quad \frac{5}{9}x - 45 = 5$ $\quad x = -\frac{5}{3} + \frac{4}{9}x$ $\quad \frac{x-3}{5} = \frac{3x+2}{10}$

$5(x-2) = 0$ $\quad 7(2x-3) = 0$ $\quad x(x+3) = 0$ $\quad (5-x)(4x+3) = 0$ $\quad (2x-5)^2 = 0$

$(8x+3)(2x+7) + (2x+7)(x-9) = 0$ $\quad (x+4)(7x-5) - (x+4)^2 = 0$

$(8x-1)(3x+8) = (8x-1)(x+2)$ $\quad x^2 = 8x$

Corrigé de l'exercice 6

$15x + 25 = 0$ $15x = -25$ $x = \frac{-25}{15}$ $x = \frac{-5}{3}$	$-2x - 6 = 18$ $-2x = 18+6$ $-2x = 24$ $x = \frac{24}{-2}$ $x = -12$	$7x = -20 + 4x$ $7x - 4x = -20$ $3x = -20$ $x = \frac{-20}{3}$	$5x - 7 = 12x - 30$ $5x - 12x = -30 + 7$ $-7x = -23$ $x = \frac{-23}{-7}$ $x = \frac{23}{7}$

$\frac{3}{7}x+9=0$ $\frac{3}{7}x=-9$ $x=\frac{-9\times7}{3}$ $x=-3\times7$ $\mathbf{x}=-21$	$\frac{5}{9}x-45=5$ $\frac{5}{9}x=45+5$ $\frac{5}{9}x=50$ $x=\frac{50\times9}{5}$ $x=10\times9$ $x=90$	$x=-\frac{5}{3}+\frac{4}{9}x$ $x-\frac{4}{9}x=\frac{5}{3}$ $\frac{9}{9}x-\frac{4}{9}x=\frac{5}{3}$ $\frac{5}{9}x=\frac{5}{3}$ $x=\frac{5}{3}\times\frac{9}{5}$ $x=\frac{9}{3}$ $x=3$	$\frac{x-3}{5}=\frac{3x+2}{10}$ $10\times\frac{x-3}{5}=5\times\frac{3x+2}{10}$ $2(x-3)=\frac{3x+2}{2}$ $4(x-3)=3x+2$ $4x-12=3x+2$ $4x-3x=12+2$ $x=14$

$5(x-2)=0$ $x-2=0$ $x=2$	$7\times(2x-3)=0$ $2x-3=0$ $2x=3$ $x=\frac{3}{2}$	$x(x+3)=0$ $x=0$ ou $x+3=0$ $x=0$ ou $x=-3$	$(5-x)(4x+3)=0$ $5-x=0$ ou $4x+3=0$ $-x=-5$ ou $4x=-3$ $x=5$ ou $x=\frac{-3}{4}$

$(2x-5)^2=0$ $2x-5=0$ $2x=5$ $x=\frac{5}{2}$

$(8x+3)(2x+7)+(2x+7)(x-9)=0$
$(2x+7)[(8x+3)+(x-9)]=0$
$(2x+7)(8x+3+x-9)=0$
$(2x+7)(9x-6)=0$
$2x+7=0$ ou $9x-6=0$
$2x=-7$ ou $9x=6$
$x=-\frac{7}{2}$ ou $x=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$(x+4)(7x-5)-(x+4)^2=0$
$(x+4)[(7x-5)-(x+4)]=0$
$(x+4)(7x-5-x-4)=0$
$(x+4)(6x-9)=0$
$x+4=0$ ou $6x-9=0$
$x=-4$ ou $x=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

$(8x-1)(3x+8)=(8x-1)(x+2)$
$(8x-1)(3x+8)-(8x-1)(x+2)=0$
$(8x-1)[(3x+8)-(x+2)]=0$
$(8x-1)(3x+8-x-2)=0$
$(8x-1)(2x+6)=0$
$(8x-1)=0$ ou $(2x+6)=0$
$x=\frac{1}{8}$ ou $x=\frac{-6}{2}=-3$

$x^2=8x$
$x^2-8x=0$
$x(x-8)=0$
$x=0$ ou $(x-8)=0$
$x=0$ ou $x=8$

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LA PROPORTIONNALITÉ ET LES POURCENTAGES

Exercice 1 – maitriser les tableaux de proportionnalité

Calcule x, y et z dans le tableau de proportionnalité ci-dessous.

Taille d'un fichier (en Mo)	x	2,75	740	z
Durée de téléchargement (en s)	208	44	y	10

Corrigé de l'exercice 1

Comme il s'agit d'un tableau de proportionnalité on peut utiliser le produit en croix avec la colonne grisée ;
On a ainsi :

$44x = 208 \times 2{,}75$ d'où $x = \frac{208\times2{,}75}{44} = = 13$

$2{,}75y = 740 \times 44$ d'où $y = \frac{740\times44}{2{,}75} = 11\,840$

$2{,}75 \times 10 = 44z$ d'où $z = \frac{2{,}75\times10}{44} = 0{,}625$

Ou on pouvait aussi chercher le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la 1ère à la 2e ligne qui est $\frac{44}{2{,}75}$ = 16 et alors

$x = 208 : 16 = 13$

$y = 740 \times 16 = 11\,840$

$z = 10 : 16 = 0{,}625$

Exercice 2 – maitriser les propriétés liées à la proportionnalité

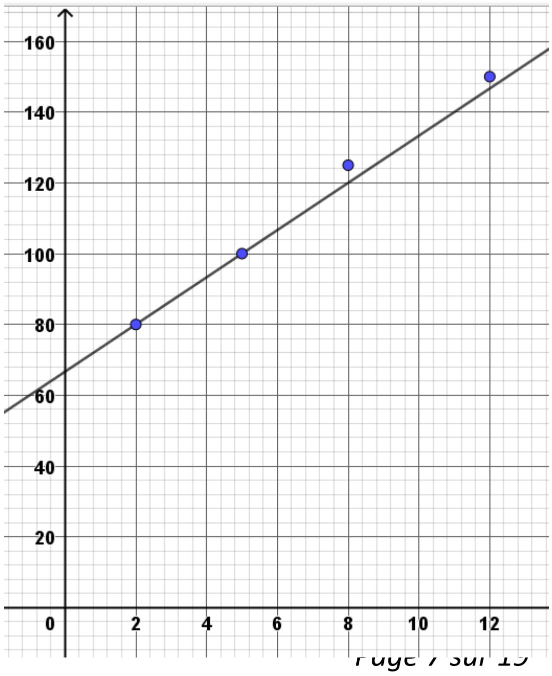
Ce tableau indique la taille de Rémi en fonction de son âge.

Âge (en années)	2	5	10	12
Taille (en cm)	80	100	125	150

1) Est-ce une situation de proportionnalité ?
2) Représente graphiquement l'évolution de la taille de Rémi en fonction de son âge. Peux-tu répondre à la question a. sans faire de calculs ? Justifie.

Corrigé de l'exercice 2

1) 80 : 2 = 40 mais 100 : 5 = 20
   Ainsi on ne passe pas de la 1ère ligne à la 2e ligne en multipliant toujours par le même nombre (le coefficient de proportionnalité) : il ne s'agit donc pas d'un tableau de proportionnalité.
2) Dans une situation de proportionnalité les points sont alignés sur le graphique or ce n'est pas le cas ici.



Exercice 3 - un classique

Les ingrédients pour fabriquer de la pâte à crêpes pour 8 personnes sont : 500 g de farine, 6 œufs, un litre de lait et 50 g de sucre.

1) Quelle est la liste des ingrédients pour 12 personnes ?
2) Marie dispose de 700 g de farine, de 9 œufs, de 2 litres de lait et de 100 g de sucre. Pour combien de personnes au maximum peut-elle préparer de la pâte à crêpes ?

Corrigé de l'exercice 3

1) On souhaite faire des crêpes pour 12 personnes au lieu de 8 : le coefficient de proportionnalité est alors $\frac{12}{8}$ soit 1,5 ; il faut donc multiplier toutes les quantités par 1, 5 ce qui donne :
   $500 \times 1,5 = 750$ g de farine
   $6 \times 1,5 = \ 9$ œufs
   $1 \times 1,5 = 1,5$ L de lait
   $50 \times 1,5 = 75$ g de sucre.

2) Marie dispose de 700 g de farine or $\frac{700}{500}$ = 1,4 : elle dispose donc de 1,4 fois plus de farine que pour la recette pour 8 personnes.
   De même elle dispose de 9 œufs or $\frac{9}{6}$ = 1,5 : elle dispose donc de 1,5 fois plus d'œufs que pour la recette pour 8 personnes.
   Et enfin, elle dispose de 2 L de lait soit 2 fois plus de lait et de même pour le sucre car elle dispose de 100 g de sucre au lieu de 50 g.
   On garde le coefficient le plus petit soit 1,4 sinon elle va manquer d'ingrédient : elle peut donc faire des crêpes pour 11 personnes au maximum car 8×1, 4 = 11,2.

Exercice 4

« Le Brésil est considéré comme représentant les 20 % de la biodiversité mondiale, avec 50 000 espèces de plantes, 5000 vertébrés, 10 à 15 millions d'insectes et des millions de micro-organismes ».

Source : Wikipédia

Calcule le nombre estimé d'espèces de plantes et de vertébrés sur Terre.

Corrigé de l'exercice 4

On souhaite connaitre 100 % de la biodiversité mondiale ;
On remarque alors que l'on passe de 20 % à 100 % en multipliant par 5.
On a alors $50\,000 \times 5 = 250\,000$ espèces de plantes dans le monde
500×5 = 2 500 vertébrés dans le monde
Et on a entre 50 et 75 millions d'insectes dans le monde (car 10×5 = 50 et 15×5 = 75).

Exercice 5 – maitriser les pourcentages

1) Julien obtient une réduction de 15% sur un vélo valant 158€.
   a. Quel est le montant de la réduction obtenue par Julien ?
   b. Quel est le montant payé par Julien ?
2) Patrick a obtenu une réduction de 27€ sur une console de jeu qui valait 225€.
   Quel pourcentage de réduction a-t-il obtenu ?
3) Saïd a obtenu une baisse de 45€ sur un appareil photo, soit une baisse de 30% du prix initial.
   Quel était le prix initial de l'appareil photo ?

Corrigé de l'exercice 5

1.a) Le vélo baisse de 15 % des 158 € soit de $\frac{15}{100}$ × 158 = 0,15× 158 = 23, 70 €.

1.b) Julien va payer 158 -23,70 = 134,30 €

2) On peut utiliser un tableau de proportionnalité comme le suivant :

Montant	225 €	27 €
% du prix de départ	100 % du prix	x % du prix

Et on a (par produit en croix) : $225x = 100 \times 27$ soit $x = \frac{100 \times 27}{225}$ = 12.

Patrick a obtenu 12 % de réduction.

3) On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité comme le suivant :

Montant	x €	45 €
% du prix de départ	100 % du prix	30 % du prix

Et on a (par produit en croix) : $30x = 100 \times 45$ soit $x = \frac{100 \times 45}{30}$ = 150

L'appareil coutait 150 euros au départ.

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LES PROBABILITÉS

Exercice 1

Une urne contient trois jetons, numérotés ②, ③ et ④. On tire deux jetons avec remise. Le résultat de l'expérience aléatoire est le nombre formé par les deux chiffres obtenus. Par exemple, si on tire ④ puis ②, le résultat de l'expérience est 42.

1) Décrire toutes les issues de cette expérience aléatoire.
2) Quelles est la probabilité d'obtenir deux fois le même chiffre ?
3) Quelle est la probabilité que le premier chiffre tiré soit un 4 ?
4) Déterminer la probabilité que le résultat soit un nombre pair.
5) Déterminer la probabilité que le produit des deux nombres obtenus soit un nombre pair.
6) Déterminer la probabilité qu'au moins un des nombres tirés soit impair.
7) Déterminer la probabilité que le résultat soit un multiple de 3.

Corrigé de l'exercice 1

Pour cet exercice, on peut s'aider d'un tableau à double entrée permettant de décrire toutes les issues de l'expérience, en fonction du jeton tiré au premier tirage et celui tiré au deuxième tirage.

	2	**3**	**4**
2	22	23	24
3	32	33	34
4	42	43	44

1. Les issues de cette expérience aléatoire sont tous les nombres à deux chiffres qu'on peut obtenir : 22 ; 23 ; 24 ; 32 ; 33 ; 34 ; 42 ; 43 ; 44.
2. L'événement « obtenir deux fois le même chiffre » correspond aux issues : 22 ; 33 et 44.
   Donc la probabilité de cet événement est $p_1 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
3. L'événement « le premier chiffre tiré est 4 » correspond aux issues : 42 ; 43 et 44.
   Donc la probabilité de cet événement est $p_2 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
4. L'événement « obtenir un résultat pair » correspond aux résultats se terminant par un chiffre pair, c'est-à-dire 2 ou 4. Il s'agit donc des issues : 22 ; 32 ; 42 ; 24 ; 34 et 44.
   Donc la probabilité de cet événement est $p_3 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

5. L'événement « le produit des deux nombres obtenus est un nombre pair » correspond à toutes les issues possibles sauf 33. En effet le produit des deux nombres est pair si et seulement si un des deux chiffres tirés est pair (ici 2 ou 4).

   Donc la probabilité de cet événement est $p_4 = \frac{8}{9}$.
6. L'événement « au moins un des nombres tirés est impair » correspond aux résultats où on a obtenu un 3 à au moins l'un des deux tirages. Il s'agit donc des issues : 32 ; 33 ; 34 ; 23 et 43.

   Donc la probabilité de cet événement est $p_5 = \frac{5}{9}$
7. L'événement « le résultat est un multiple de 3 » correspond aux issues : 24 ; 33 et 42.

   Donc la probabilité de cet événement est $p_6 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Exercice 2

Sam possède 50 livres dans sa bibliothèque. 42% de ses livres sont des romans, 5 sont des bandes-dessinées et les autres sont des magazines. Les livres sont soit neufs soit d'occasion.

Parmi les bandes-dessinées, 2 sont neuves. Parmi les 18 livres d'occasion, $\frac{4}{9}$ sont des magazines.

On choisit un livre au hasard dans la bibliothèque

1) Compléter le tableau de la répartition des livres de Sam :

	Romans	Bandes-dessinées	Magazines	Total
Livres neufs				
Livres d'occasion				
Total				50

2) Déterminer la probabilité que le livre choisit soit une bande-dessinée d'occasion.
3) Déterminer la probabilité que le livre choisi soit un magazine.
4) Déterminer la probabilité que le livre choisi ne soit pas une bande dessinée.

Corrigé de l'exercice 2

1) Soit le nombre de romans = $\frac{42}{100} \times 50 = 22$, et le nombre de magazines d'occasion = $\frac{4}{9} \times 18 = 8$,

   D'où le tableau suivant :

	Romans	Bandes-dessinées	Magazines	Total
Livres neufs	15	2	15	32
Livres d'occasion	7	3	8	18
Total	22	5	23	50

2) Il y a 3 bandes-dessinées d'occasion sur les 50 livres de la bibliothèque donc la probabilité d'obtenir une bande dessinée d'occasion est $\frac{3}{50}$.
3) Il y a 23 magazines sur les 50 livres de la bibliothèque donc la probabilité d'obtenir un magazine d'occasion est $\frac{23}{50}$.
4) Les livres qui ne sont pas des bandes dessinées sont les 22 romans et les 23 magazines de la bibliothèque soit 45 ouvrages au total. Donc la probabilité que le livre choisi ne soit pas une bande dessinée est $\frac{45}{50} = \frac{9}{10}$.

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LES STATISTIQUES

Exercice 1 – Savoir déterminer les caractéristiques d'une série statistique

Les effectifs et les salaires nets des employés d'une entreprise sont représentés dans le tableau ci-dessous.

Catégorie	Ouvrier simple	Ouvrier qualifié	Cadre moyen	Cadre supérieur	Dirigeant
Salaires (en €)	1400	2100	2800	5000	12000
Effectifs	50	32	18	8	2

1. Quel est l'effectif total d'employés de cette entreprise ?
2. Déterminer le salaire moyen. On arrondira le résultat à l'unité.
3. Déterminer l'étendue des salaires.
4. Déterminer le salaire médian.

Correction de l'exercice 1

1. Ici, l'effectif total est la somme des valeurs de la ligne « Effectifs ». Il est donc de :
   $Effectif\ total = \ 50 + 32 + 18 + 8 + 2 = 110$. Il y a au total 110 employés dans cette entreprise.
2. La moyenne, souvent notée $\bar{x}$ au lycée, est une moyenne pondérée, il faut prendre en compte les effectifs de chaque salaire. Elle est donnée par :
   $\bar{x} \ = \frac{1400\times50+2100\times32+2800\times18+5000\times8+12000\times2}{110} = \frac{251600}{110} \backsimeq 2287{,}27$.
   Ainsi, dans cette entreprise, le salaire moyen mensuel à l'euro près est de 2287 €.
3. L'étendue des salaires est l'écart entre le plus grand et le plus petit salaire, ici :
   $Etendue = 12000 - 1400 = 10600$: L'étendue des salaires est de 10 600 €.
4. Il y a 110 personnes dans l'entreprise, le salaire médian doit être inférieur ou égal à la moitié des salaires des employés, et supérieur ou égal à la moitié des salaires des employés aussi.
   Si on regarde les effectifs cumulés croissants (ecc):

Catégorie	Ouvrier simple	Ouvrier qualifié	Cadre moyen	Cadre supérieur	Dirigeant
Salaires (en €)	1400	2100	2800	5000	12000
Effectifs	50	32	18	8	2
ecc	50	50+32=82	82+18=100	100+8=108	108+2=110

La moitié de 110 étant 55, la médiane est de 2100 €. Le salaire médian dans cette entreprise est donc de 2100 €.

Exercice 2 : Savoir interpréter les caractéristiques d'une série statistique

Dans une classe de 25 élèves, il y a eu deux évaluations. L'évaluation G portait sur de la géométrie, l'évaluation E portait sur des résolutions d'équations.

Nous avons les informations suivantes sur les notes des élèves :

Évaluation	Étendue	Moyenne	Médiane
G	16	14	11
E	8	12	11

1. Comparer les moyennes des deux évaluations : quelle évaluation a été la mieux réussie par la classe ?
2. Comparer les étendues de ces deux évaluations, et interpréter le résultat en une phrase.
3. Interpréter en une phrase la médiane de l'évaluation E.

Corrigé de l'exercice 2

1. La moyenne de l'évaluation G est de 2 points supérieure à celle de l'évaluation E, donc sur ce critère nous pouvons en conclure que l'évaluation G était la mieux réussie.

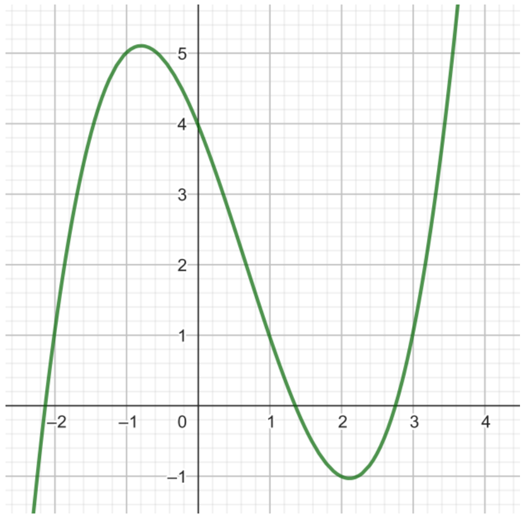
2. L'écart entre la meilleure note et la plus faible est de 16 pour l'évaluation G, le double de pour l'évaluation E, on peut en déduire qu'il y a eu moins d'écarts de résultats à l'évaluation G.
3. La médiane de l'évaluation E nous permet de conclure que sur 25 élèves, 13 élèves de la classe ont eu une note inférieure ou égale à 11, et 13 élèves de la classe ont eu une note supérieure ou égale à 11 à l'évaluation E. Nous pouvons aussi en déduire qu'au moins un élève a eu exactement 11.

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LES FONCTIONS

Exercice 1 - Maitriser les fonctions sous forme graphique

Soit f une fonction dont on donne la courbe représentative dans un repère du plan ci-contre.

On répondra aux questions suivantes uniquement à l'aide d'une lecture graphique.



1. Lire l'image de 0 par f.
2. Lire $f(-1)$.
3. Donner le ou les antécédents de 1 par f.
4. Donner le nombre d'antécédents de 0 par f.
5. Donner un nombre qui admet exactement 1 antécédent par f.

Corrigé de l'exercice 1

1. L'image de 0 par *f* est *f*(0) soit 4.
2. *f*(-1) est l'image de -1 par *f* d'où *f*(-1) = 5.
3. Les antécédents de 1 par *f* sont les réels x tels que $f(x) = 1$ soit $x = -2$ ou $x = 1$ ou $x = 3$.
4. Les antécédents de 0 par *f* sont les réels x tels que $f(x) = 0$: la courbe de *f* croise 3 fois l'axe des abscisses donc il y a 3 antécédents possibles.
5. 6 admet exactement un antécédent par *f* (ou - 2 pour autre exemple)

Exercice 2 – Maitriser les fonctions affines et les fonctions sous forme algébrique

Soit f la fonction donnée pour tout x par $f(x) = -2x + 3$.

1. Calculer l'image de 1 par f.
2. Calculer $f\left(\frac{14}{9}\right)$. On écrira le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) de -15 par f.
4. Résoudre l'équation $f(x) = 9$.

Corrigé de l'exercice 2

1. L'image de 1 par *f* est $f(1) = -2 \times 1 + 3 = 1$.
2. $f\left(\frac{14}{9}\right) = -2 \times \frac{14}{9} + 3 = \frac{-28}{9} + 3 = \frac{-28}{9} + \frac{27}{9} = \frac{-1}{9}$.
3. L'antécédent de -15 par *f* est le réel x tels que $f(x) = -15$ ce qui donne l'équation $-2x + 3 = -15$

D'où $-2x = -15 - 3$

$-2x = -18$

Et donc $x = \frac{-18}{-2} = 9$

4. Soit l'équation $f(x) = 9$ ce qui donne $-2x + 3 = 9$

$-2x = 9 - 3$

$-2x = 6$

$x = \frac{6}{-2} = -3$

Exercice 3 – Maitriser les fonctions sous forme algorithmique

Soit f la fonction donnée par l'algorithme ci-dessous.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 2.
- Prendre le carré du nombre obtenu.
- Prendre l'inverse du nombre obtenu.

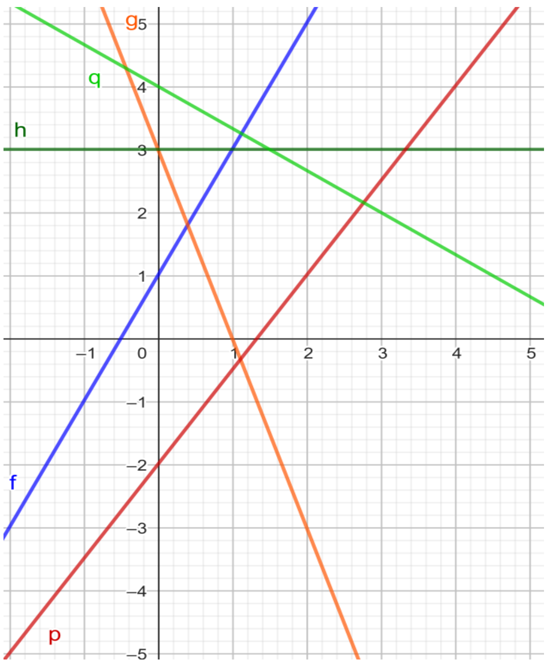
1. Quel nombre obtient-on si on choisit 3 en entrée. On écrira le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Quel nombre obtient-on si on choisit $-\frac{15}{4}$ en entrée. On écrira le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
3. Quel nombre obtient-on si on choisit -2 en entrée ? Expliquer le résultat obtenu.
4. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir en entrée pour obtenir 1 après l'exécution de cet algorithme ?
5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir en entrée pour obtenir -2 après l'exécution de cet algorithme ?

Corrigé de l'exercice 3

1. Je détermine le nombre obtenu après l'exécution de ces instructions si on choisit 3 comme nombre en entrée. On a $3+2=5$ puis $5^2=25$ et enfin $\frac{1}{25} = 0{,}04$. Le nombre obtenu en sorti est $0{,}04$.
2. Je détermine le nombre obtenu après l'exécution de ces instructions si on choisit $-\frac{15}{4}$ comme nombre en entrée.
   On a $-\frac{15}{4} + 2 = -\frac{15}{4} + \frac{8}{4} = -\frac{7}{4}$ puis $(-\frac{7}{4})^2 = \frac{49}{16}$ et enfin $\frac{1}{\frac{49}{16}} = \frac{16}{49}$
3. Si on choisit -2 comme nombre en entrée, le programme de calcul ne « fonctionne » pas.
   En effet, on a $-2 + 2 = 0$ puis $0^2 = 0$ mais on ne peut pas calculer l'inverse de 0 !
4. Je détermine le nombre à choisir en entrée afin d'obtenir 1 après l'exécution des instructions.
   Le nombre qui a pour inverse 1 est 1 car $\frac{1}{1}=1$.
   Les nombres qui ont pour carré 1 sont 1 et -1 car $1^2 = 1$ et $(-1)^2 = 1$.
   Enfin, on peut choisir -1 et -3 en entrée car $1-2=-1$ et $-1-2=-3$.
5. Je détermine le nombre à choisir en entrée afin d'obtenir -2 après l'exécution des instructions.
   Le nombre qui a pour inverse -2 est $-\frac{1}{-2}$ car $\frac{1}{\frac{1}{-2}} = -2$.
   Or aucun nombre multiplié par lui-même est négatif. On en déduit qu'aucun nombre choisi en entrée permet d'obtenir -2 après l'exécution de ces instructions.

Exercice 4 – maitriser les lectures graphiques, et le vocabulaire des fonctions affines

Dans le repère du plan ci-contre, on a tracé des fonctions affines.
À l'aide d'une lecture graphique, compléter le tableau suivant de sorte à retrouver les expressions des fonctions f, g, h, p et q.



Corrigé de l'exercice 4

Fonction	Coefficient directeur m	Ordonnée à l'origine p	Expressions $f(x) = mx + p$
f	2	1	$f(x) = 2x + 1$
g	-3	3	$g(x) = -3x + 3$
h	0	3	$h(x) = 3$
p	$\frac{3}{2} = 1{,}5$	-2	$p(x) = 1{,}5x - 2$
q	$\frac{-2}{3}$	4	$q(x) = -\frac{2}{3} + 4$

Exercice 5 – savoir retrouver l'expression d'une fonction affine sans la lire sur un graphique
On sait que la fonction f est une fonction affine.
Dans les deux cas suivants, calculer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la fonction affine puis donner son expression en fonction de x.
1. $f(-4) = 11$ et $f(5) = -7$ 2. $f(6) = \frac{25}{3}$ et $f(4) = \frac{16}{3}$

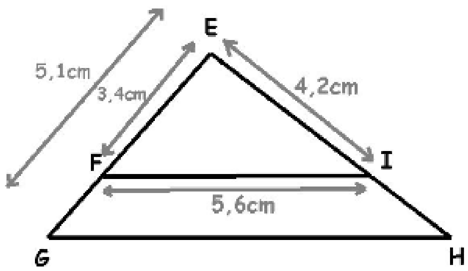
Corrigé de l'exercice 5
1. Je calcule le coefficient directeur m de la fonction affine f :
   On a $m = \frac{f(-4) - f(5)}{-4-5} = \frac{11-(-7)}{-4-5} = \frac{18}{-9} = -2$
   Je calcule l'ordonnée à l'origine p de la fonction affine f :
   On sait que $f(-4) = 11$ c'est à dire $m \times (-4) + p = 11$ soit $(-2) \times (-4) + p = 11$
   d'où $8 + p = 11$ et ainsi $p = 11 - 8 = 3$;
   On conclut : la fonction est donnée pour tout nombre x par $f(x) = -2x + 3$.

2. Je calcule le coefficient directeur m de la fonction affine f :
   On a $m = \frac{f(6) - f(4)}{6-4} = \frac{\frac{25}{3} - \frac{16}{3}}{2} = \frac{\frac{9}{3}}{2} = \frac{3}{2}$
   Je calcule l'ordonnée à l'origine p de la fonction affine f:
   On sait que $f(4) = \frac{16}{3}$ c'est-à-dire $m \times 4 + p = \frac{16}{3}$ soit $\frac{3}{2} \times 4 + p = \frac{16}{3}$ ce qui donne $6 + p = \frac{16}{3}$
   D'où $p = \frac{16}{3} - 6 = \frac{16}{3} - \frac{18}{3} = \frac{-2}{3}$.
   On conclut : la fonction est donnée pour tout nombre x par $f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}$.

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LES THÉORÈMES DE THALÈS ET DE PYTHAGORE

Dans tous les exercices les figures ne sont pas faites en vraie grandeur.

Exercice 1 - Maitriser le Théorème de Thalès dans une configuration de triangles emboités
Sur la figure ci-contre, on a : F ∈ [EG], I ∈ [EH], (FI)//(GH).
1) Calculer la longueur GH.
2) Calculer la longueur EH.
3) Calculer la longueur IH.

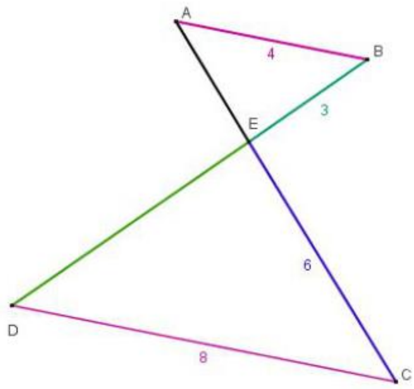


Corrigé de l'exercice 1
1) Dans le triangle EGH, on sait que F ∈ [EG], I ∈ [EH], (FI)//(GH).
   Les triangles EFI et EGH sont donc en configuration de Thalès.
   D'après le théorème de Thalès on a $\frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{EG}} = \frac{\mathrm{EI}}{\mathrm{EH}} = \frac{\mathrm{FI}}{\mathrm{GH}}$ ce qui donne $\frac{3{,}4}{5{,}1} = \frac{4{,}2}{\mathrm{EH}} = \frac{5{,}6}{\mathrm{GH}}$
   De $\frac{3{,}4}{5{,}1} = \frac{5{,}6}{\mathrm{GH}}$ on a $3{,}4\mathrm{GH} = 5{,}1 \times 5{,}6$ soit $3{,}4\mathrm{GH} = 28{,}56$ d'où GH = $\frac{28{,}56}{3{,}4}$ = 8,4 cm.
2) De $\frac{3{,}4}{5{,}1} = \frac{4{,}2}{\mathrm{EH}}$ on a $3{,}4\mathrm{EH} = 5{,}1 \times 4{,}2$ soit $3{,}4\mathrm{EH} = 21{,}42$ d'où EH = $\frac{21{,}42}{3{,}4}$ = 6,3 cm.
3) Les points E, I et H sont alignés on a donc IH = EH – EI = 6,3 – 4,2 =2, 1 cm.

Exercice 2 : Maitriser le Théorème de Thalès dans une configuration de triangles opposés par le sommet

Sur la figure ci-contre, E appartient à la droite (BD) et à la droite (AC).
On sait aussi que (AB) et (CD) sont parallèles, et AB = 4 cm, BE = 3 cm, EC = 6 cm et DC = 8 cm.

1) Calculer la longueur EA.
2) Calculer la longueur AC.
3) Calculer la longueur ED.
4) Calculer la longueur BD.



Corrigé de l'exercice 2

1) On sait que E appartient à la droite (BD) et à la droite (AC). On sait aussi que (AB) et (CD) sont parallèles donc les triangles EAB ET ECD sont en configuration de Thalès.

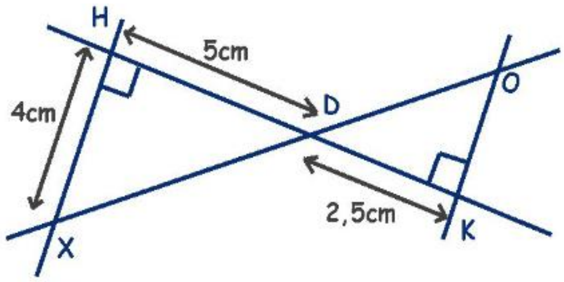
   D'après le théorème de Thalès on a $\frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{EC}} = \frac{\mathrm{EB}}{\mathrm{ED}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{CD}}$ ce qui donne $\frac{\mathrm{EA}}{6} = \frac{3}{\mathrm{ED}} = \frac{4}{8}$

   De $\frac{\mathrm{EA}}{6} = \frac{4}{8}$ on a $8EA = 6 \times 4$ ce qui donne 8EA= 24 d'où EA = 3.
2) Comme A, E et C sont alignés on a AC = AE + EC = 3 + 6 = 9.
3) De $\frac{3}{\mathrm{ED}} = \frac{4}{8}$ on a $4ED = 3 \times 8$ d'où 4ED = 24 d'où ED = 6.
4) Comme D,E, B sont alignés on a DB = DE + EB = 6 + 3 = 9.

Exercice 3 – maitriser les théorèmes de Thalès et de Pythagore

La figure ci-contre schématise le parcours d'une bactérie dans un récipient.
Elle part du point H puis va sur X puis sur D, O, K puis revient sur D et enfin H. On souhaite calculer la longueur de son parcours.

1) Calculer la longueur OK en justifiant la réponse.
2) Calculer la longueur DX et en donner une valeur arrondie à 0,1 cm près.
3) Calculer la longueur OD de deux façons : la première avec le théorème de Pythagore et la deuxième avec le théorème de Thalès.
4) En déduire la longueur du parcours de la bactérie.



Corrigé de l'exercice 3

1) D'après les codages de la figure, on sait que (XK)⊥(HK) et (OK)⊥(HK) ;
   Or, par propriété, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite elles sont parallèles entre-elles ;
   Donc (XK)//(OK) et ainsi les triangles DHX et DKO sont en configuration de Thalès.
   D'après le théorème de Thalès on a $\frac{\mathrm{DH}}{\mathrm{DK}} = \frac{\mathrm{DX}}{\mathrm{DO}} = \frac{\mathrm{HX}}{\mathrm{OK}}$ ce qui donne $\frac{5}{2{,}5} = \frac{\mathrm{DX}}{\mathrm{DO}} = \frac{4}{\mathrm{OK}}$.
   De $\frac{5}{2{,}5} = \frac{4}{\mathrm{OK}}$ on a 5OK = 4×2,5 soit 5OK = 10 d'où OK = 2 cm.
2) Le triangle DHX est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore on a :
   $DX^2 = HX^2 + HD^2$
   $DX^2 = 4^2 + 5^2$
   $DX^2 = 16 + 25$
   $DX^2 = 41$
   D'où DX = $\sqrt{41} \approx$ 6,4 cm

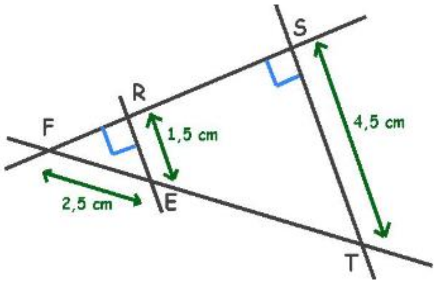
3) Le triangle ODK est rectangle en K donc d'après le théorème de Pythagore on a :
   $OD^2 = DK^2 + KO^2$

OD² = 2,5² + 2²
OD² = 6,25 + 4
OD ² = 10, 25
OD ≈ 3,2 cm
Ou
Par le théorème de Thalès on a $\frac{5}{2,5} = \frac{\text{DX}}{\text{DO}} = \frac{4}{\text{OK}}$ ce qui donne $\frac{5}{2,5} = \frac{6,4}{\text{DO}}$;
D'où 5DO = 2,5×6,4
5DO = 16
DO = $\frac{16}{5}$ ≈ 3,2 cm

4) La longueur du parcours de la bactérie est égale à HX + XD + DO + OK + KD + DH ce qui donne environ 4 + 6,4 + 3,2 + 2,5 + 5 soit 36,5 cm.

Exercice 4 : Maitriser les théorèmes de Thalès et de Pythagore – savoir lequel utilisé

La figure ci-contre est formée de 4 droites.
1) Calculer la longueur FT.
2) Calculer la longueur FS.
3) Calculer la longueur FR de deux façons : la première avec le théorème de Pythagore et la deuxième avec le théorème de Thalès.



Corrigé de l'exercice 4

1) D'après les codages de la figure, on sait que (RE)⊥(FS) et (ST)⊥(FS) ;
Or, par propriété, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite elles sont parallèles entre-elles ;
Donc (RE)//(ST) et ainsi les triangles FRE ET FST sont en configuration de Thalès.
D'après le théorème de Thalès on a $\frac{\text{FR}}{\text{FS}} = \frac{\text{FE}}{\text{FT}} = \frac{\text{RE}}{\text{ST}}$ ce qui donne $\frac{\text{FR}}{\text{FS}} = \frac{2,5}{\text{FT}} = \frac{1,5}{4,5}$.
De $\frac{2,5}{\text{FT}} = \frac{1,5}{4,5}$ on a 1,5FT = 2,5×4,5
Soit 1,5FT = 11,25
D'où FT = $\frac{11,25}{1,5} =$ 7,5 cm
2) Le triangle FST est rectangle en S donc d'après le théorème de Pythagore on a :
FT² = FS² + ST²
7,5² = FS² + 4,5²
56,25 = FS² + 20,25
FS² = 56,25 – 20, 25
FS² = 36
FS = 6 cm.

3) Le triangle FRE est rectangle en R donc d'après le théorème de Pythagore on a :
FE² = FR² + RE²
2,5² = FR² + 1,5²
6,25 = FR² + 2,25
FR² = 6,25 – 2,25
FR² = 4
FR = 2 cm.

Ou

D’après le théorème de Thalès on a $\frac{FR}{FS} = \frac{2,5}{FT} = \frac{1,5}{4,5}$ soit $\frac{FR}{6} = \frac{2,5}{7,5} = \frac{1,5}{4,5}$

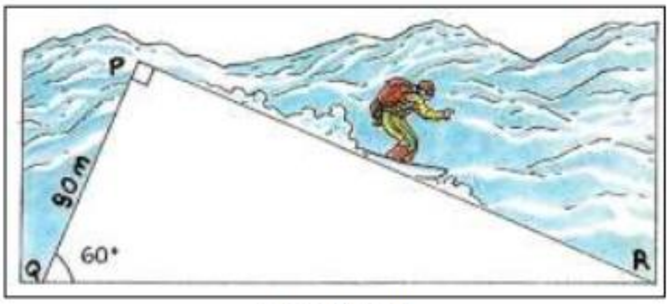
D’où 7,5FR = 6×2,5

Soit 7,5FR= 15

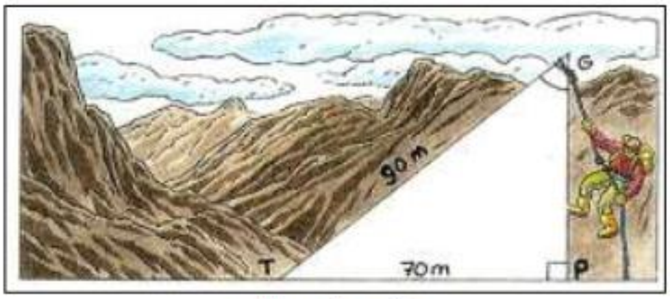
D’où FR = $\frac{15}{7,5}$ = 2 cm.

CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LA TRIGONOMÉTRIE

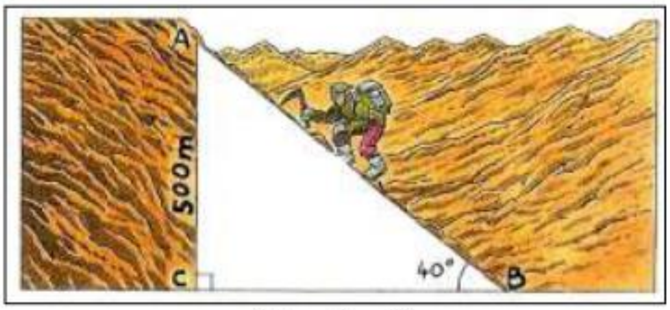
Observer attentivement les situations proposées ci-dessous puis répondre aux questions posées.



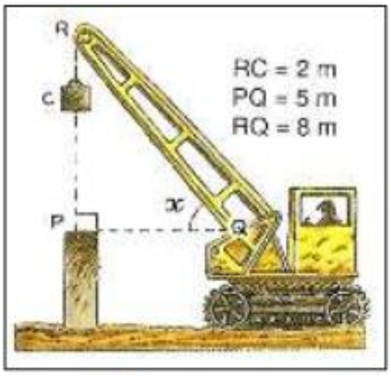
Situation 1



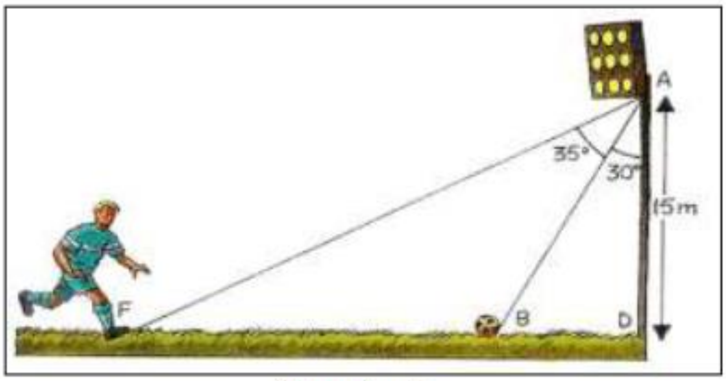
Situation 2



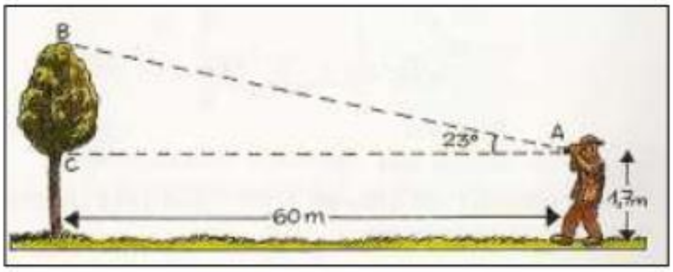
Situation 3



Situation 4



Situation 5



Situation 6

1. Situation 1 : déterminer la longueur PR. Le résultat sera arrondi au centimètre près.
2. Situation 2 : déterminer une mesure de l’angle $\widehat{PGT}$. Le résultat sera arrondi au degré près.
3. Situation 3 : déterminer la longueur AB. Le résultat sera arrondi au centimètre près.
4. Situation 4 : déterminer une mesure de l’angle $\widehat{PQR}$. Le résultat sera arrondi au degré près.
5. Situation 5 : déterminer la distance séparant le ballon du joueur. Le résultat sera arrondi au décimètre près.
6. Situation 6 : déterminer la hauteur totale de l’arbre. Le résultat sera arrondi au décimètre près

Pour chaque situation il faut commencer par se demander qu'est-ce qu'on connait (le côté adjacent ou opposé à l'angle ou l'hypoténuse), puis il faut se demander qu'est-ce qu'on cherche à calculer pour savoir quelle formule du cours utiliser.

Corrigé de la situation 1

Le triangle PQR est rectangle en P.

(On connait un angle et son côté adjacent – on veut calculer le côté opposé – la seule formule du cours qui fait intervenir les côtés adjacent et opposé est la tangente)

On a, par définition, tan $\widehat{\mathrm{PQR}} = \frac{\mathrm{PR}}{\mathrm{PQ}}$ Soit tan (60°) = $\frac{\mathrm{PR}}{90}$

D'où PR = 90×tan (60°) ≈ 155,88 m.

Corrigé de la situation 2

Le triangle PGT est rectangle en P.

(On connait le côté opposé à l'angle cherché et l'hypoténuse – la seule formule du cours qui fait intervenir le côté opposé et l'hypoténuse est le sinus)

On a, par définition, sin $\widehat{\mathrm{PGT}} = \frac{\mathrm{TP}}{\mathrm{TG}}$

Soit sin $\widehat{\mathrm{PGT}} = \frac{70}{90} = \frac{7}{9}$

D'où $\widehat{\mathrm{PGT}} \approx 51°$ en tapant arsin $(\frac{7}{9})$ ou $\sin^{-1}(\frac{7}{9})$ suivant le modèle de calculatrice.

Corrigé de la situation 3

Le triangle ABC est rectangle en C.

(On connait le côté opposé à l'angle et on cherche l'hypoténuse – la seule formule du cours qui fait intervenir le côté opposé et l'hypoténuse est le sinus)

On a, par définition, sin $\widehat{\mathrm{ABC}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$

Soit sin (40°) = $\frac{500}{\mathrm{AB}}$

D'où AB×sin (40°) = 500

Ainsi AB = $\frac{500}{\sin(40°)}$ ≈ 777,86 m

Corrigé de la situation 4

Le triangle RPQ est rectangle en P.

(On connait le côté adjacent à l'angle cherché et l'hypoténuse – la seule formule du cours qui fait intervenir le côté adjacent et l'hypoténuse est le cosinus)

On a, par dé finition, cos $\widehat{\mathrm{PQR}} = \frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{RQ}}$

Soit cos $(x°)$ = $\frac{5}{8}$

D'où $x \approx 51°$ en tapant arcos $(\frac{5}{8})$ ou $\cos^{-1}(\frac{5}{8})$ suivant le modèle de calculatrice.

Corrigé de la situation 5

La longueur entre le ballon et le joueur est FB ;

Or comme F, B et D sont alignés on a FB = FD - BD. Il faut donc calculer BD et FD pour commencer.

Calculons BD :

Le triangle ABD est rectangle en D.

On a, par définition, tan $\widehat{\mathrm{BAD}} = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{AD}}$

Soit tan (30°) = $\frac{\mathrm{BD}}{15}$

D'où BD = 15×tan (30°) ≈ 8,7 m.

Calculons FD :
Le triangle AFD est rectangle en D.
On a, par définition, tan $\widehat{\mathrm{FAD}}$ = $\frac{\mathrm{FD}}{\mathrm{AD}}$
Soit tan (35°+30°) = $\frac{\mathrm{FD}}{15}$
D'où FD = 15×tan (65°) ≈ 32,2 m.
Ainsi de FB = FD – BD on a FB ≈ 32,2 - 8, 7 ≈ 23, 5 m
Le ballon se trouve à 23,5 m du joueur.

Corrigé de la situation 6

La hauteur de l'arbre est BC + 1,7 : il faut donc trouver BC.
Le triangle ABC est rectangle en C.
On a, par définition, tan $\widehat{BAC}$ = $\frac{\mathrm{BC}}{AC}$
Soit tan (23°) = $\frac{\mathrm{BC}}{60}$
D'où BC = 60×tan (23°) ≈ 25,5 m
Et ainsi BC + 1,7 ≈ 25,5 + 1,7 ≈ 27,2 m : l'arbre mesure 27,2 m environ.